EX3 :

a) * $(\vec{j}+\vec{k}).(\vec{k}-\vec{j})=\left\|\vec{k}\right\|^2-\left\|\vec{j}\right\|^2=1-1=0$ d'où $(\vec{j}+\vec{k})\perp(\vec{k}-\vec{j})$

- $(\vec{j}+\vec{k}).\vec{i}=\vec{j}.\vec{i}+\vec{k}.\vec{i}=0+0=0$ d'où $(\vec{j}+\vec{k})\perp\vec{i}$
- $(\vec{k}-\vec{j}).\vec{i}=\vec{k}.\vec{i}-\vec{j}.\vec{i}=0-0=0$ d'où $\vec{i}\perp(\vec{k}-\vec{j})$

d'où le repère $(O,\vec{j}+\vec{k},\vec{k}-\vec{j},\vec{i})$ est orthogonal

b) $(\vec{i}-\vec{j}).(\vec{j}-\vec{k})=\vec{i}.\vec{j}-\vec{i}.\vec{k}-\vec{j}.\vec{j}+\vec{j}.\vec{k}=0-0-\left\|\vec{j}\right\|^2+0=-1\neq 0$

d'où le repère $(O,\vec{i}-\vec{j},\vec{j}-\vec{k},\vec{k}-\vec{i})$ n'est pas orthogonal

EX4 :

1) $\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BA}=(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})\wedge\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{BA}=\vec{0}+\overrightarrow{AC}\wedge(-\overrightarrow{AB})$
$=-(\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

2) $\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}\wedge(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{AB}=\vec{0}+(-\overrightarrow{AC})\wedge\overrightarrow{AB}$
$=-(\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

3) * $\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\Rightarrow\left\|\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BA}\right\|=\left\|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right\|$

$\Rightarrow BC\times BA\times\sin\hat{B}=AB\times AC\times\sin\hat{A}$

$\Rightarrow BC.\sin\hat{B}=AC.\sin\hat{A}$

$\Rightarrow\dfrac{AC}{\sin\hat{B}}=\dfrac{BC}{\sin\hat{A}}$ (1)

- $\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\Rightarrow\left\|\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{CB}\right\|=\left\|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right\|$

$\Rightarrow AC\times BC\times\sin\hat{C}=AB\times AC\times\sin\hat{A}$

$\Rightarrow BC.\sin\hat{C}=AB.\sin\hat{A}$

$\Rightarrow\dfrac{AB}{\sin\hat{C}}=\dfrac{BC}{\sin\hat{A}}$ (2)

$(1)+(2)\Rightarrow\dfrac{AB}{\sin\hat{C}}=\dfrac{AC}{\sin\hat{B}}=\dfrac{BC}{\sin\hat{A}}$